

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Тульский государственный университет»



Институт горного дела и строительства

Кафедра: «Строительство, строительные материалы и конструкции»

Доклад по теме:

# «ОЦЕНКА И СПОСОБЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ КОРРОЗИОННОЙ ВОДОРОДНОЙ СРЕДЫ НА НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛОГОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА»

Научный руководитель:

д.т.н., проф., член-корр. РААСН Александр Анатольевич Трещев

Автор: аспирант гр. аССМиК/08.06.01-18 Виолетта Олеговна Кузнецова

# РАЗДЕЛ I

## ОБЗОР ОСНОВНЫХ ПОДХОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ВОЗДЕЙСТВИЯ АКТИВНОЙ ВОДОРОДОСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

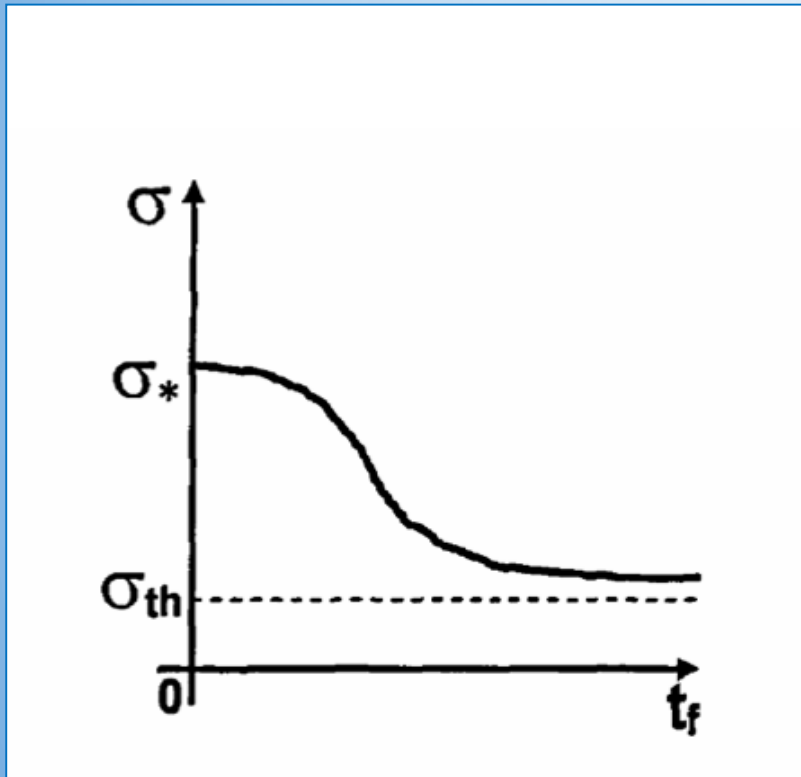


Рисунок 1 – Вид кривой длительной прочности

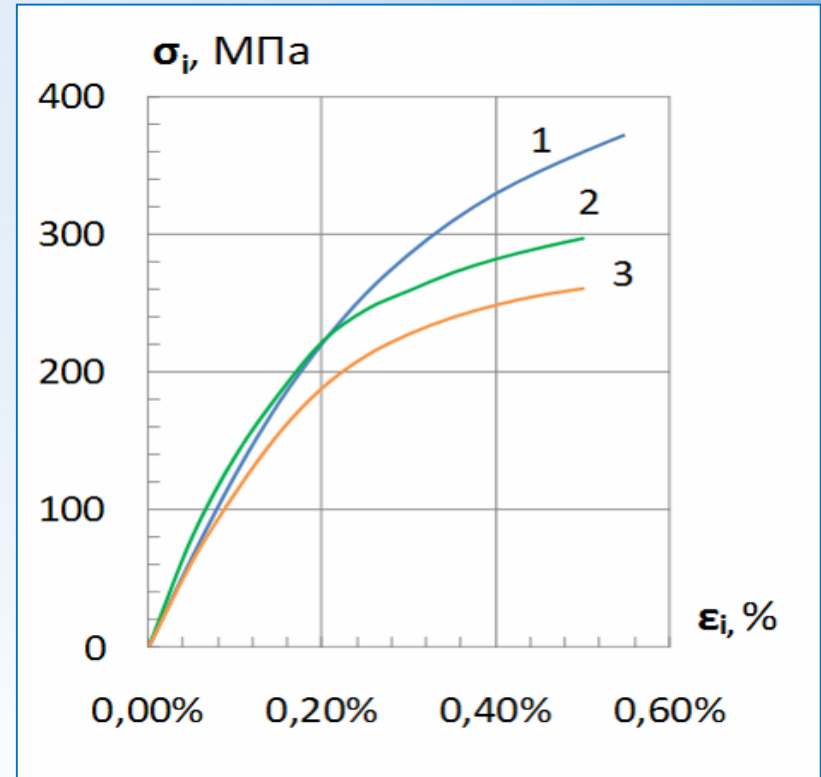


Рисунок 2 – Диаграммы одноосного растяжения сплава BT1-0 при различном содержании водорода  
1 – исходное состояние при насыщенности 0%; 2 – при насыщенности 0,01%;  
3 – при насыщенности 0,03%

# РАЗДЕЛ II

## ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ УПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ, МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОТОРЫХ ИЗНАЧАЛЬНО ЗАВИСЯТ ОТ ВИДА НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ

Вектор полного напряжения на октаэдрической площадке  $S_0$ :

$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1)$$

$\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$  – октаэдрическое нормальное напряжение;

$\tau = (S_{ij} S_{ij} / 3)^{1/2}$  – октаэдрическое касательное напряжение;

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ , ( $i, j = 1, 2, 3$ ) – девиатор тензора напряжений;

$\xi = \cos \psi = \sigma / S_0$ ;  $\eta = \sin \psi = \tau / S_0$ ;  $\cos 3\varphi = \sqrt{2} \det(S_{ij}) / \tau^3$ ;

$$\xi^2 + \eta^2 = 1$$

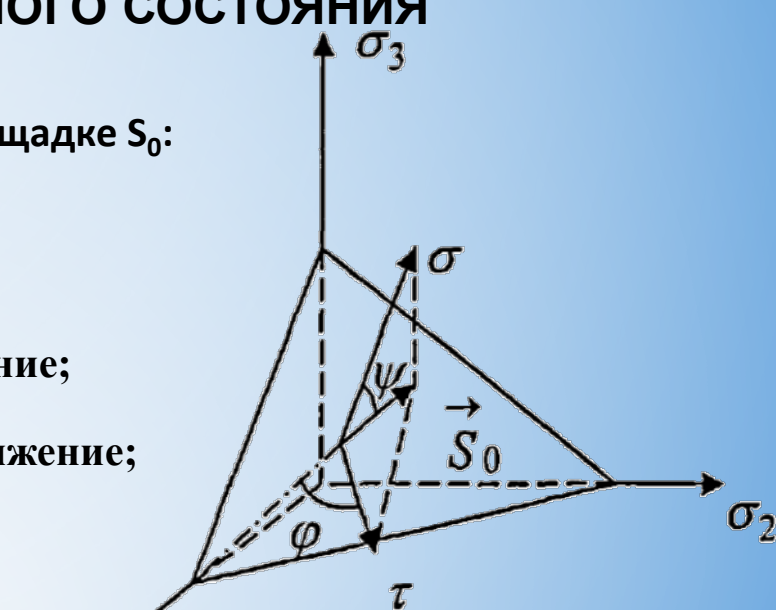
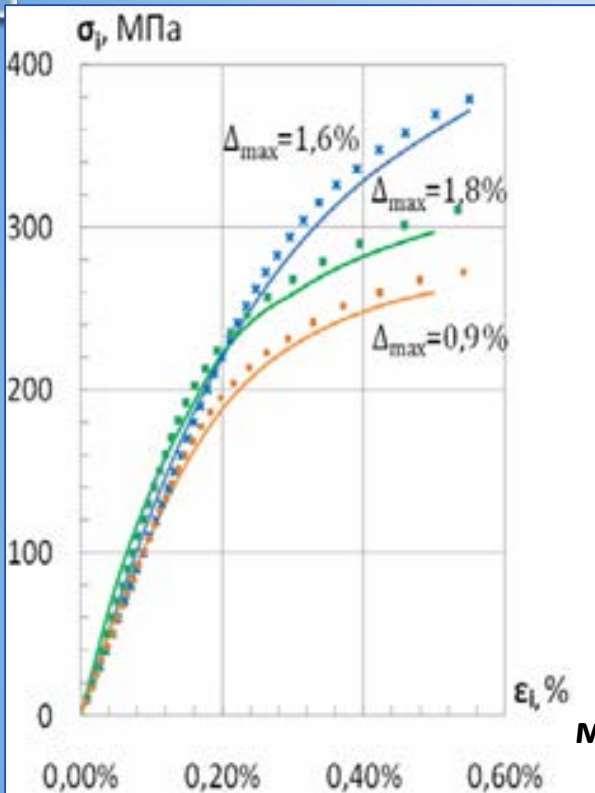


Рисунок 3 – Нормированное пространство, связанное с октаэдрической площадкой

# Потенциал деформаций $W$ для материалов с наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния



$$W_1^*(\lambda) = [A_1(\lambda) + B_1(\lambda)\alpha_1]\sigma_1^2 + [A_1(\lambda) + B_1(\lambda)\alpha_2]\sigma_2^2 + [A_1(\lambda) + B_1(\lambda)\alpha_3]\sigma_3^2 + [C_1(\lambda) + D_1(\lambda)(\alpha_2 + \alpha_3)]\sigma_2\sigma_3 + [C_1(\lambda) + D_1(\lambda)(\alpha_1 + \alpha_2)]\sigma_1\sigma_2 + [C_1(\lambda) + D_1(\lambda)(\alpha_1 + \alpha_3)]\sigma_1\sigma_3 + \{[A_2(\lambda) + B_2(\lambda)\alpha_1]\sigma_1^2 + [A_2(\lambda) + B_2(\lambda)\alpha_2]\sigma_2^2 + [C_2(\lambda) + D_2(\lambda)(\alpha_1 + \alpha_2)]\sigma_1\sigma_2 + [C_2(\lambda) + D_2(\lambda)(\alpha_1 + \alpha_3)]\sigma_1\sigma_3\}^n \quad (2)$$

где  $A_1(\lambda), B_1(\lambda), C_1(\lambda), D_1(\lambda)$  – материальные функции квазилинейной части;

$A_2(\lambda), B_2(\lambda), C_2(\lambda), D_2(\lambda)$  – материальные функции нелинейной части, изменяющиеся в зависимости от степени насыщения

материала агрессивной средой;  $l$  - концентрация агрессивной среды в конструкционном материале.

Рисунок 4 – Диаграммы одноосного растяжения сплава BT1-0

—  $\lambda = 0 \%$ ; —  $\lambda = 0,01 \%$

—  $\lambda = 0,03 \%$

# Диаграммы деформирования титанового сплава ВТ1-0

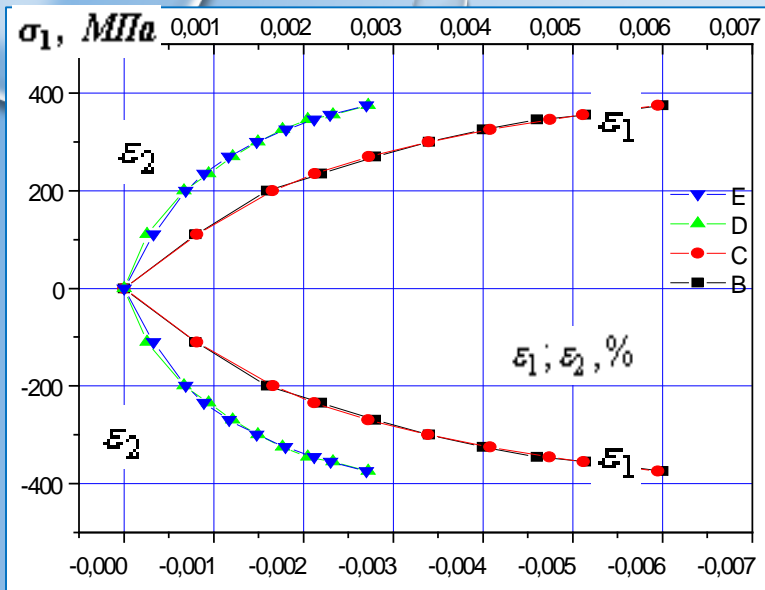


Рисунок 5 – Диаграммы деформирования титанового сплава ВТ1-0 при наводороживании  $\lambda=0\%$

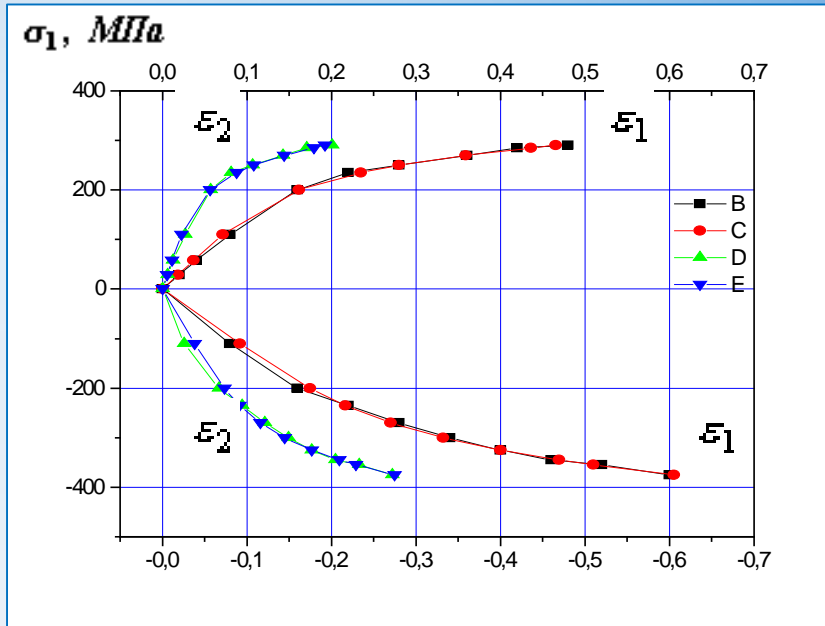


Рисунок 6 – Диаграммы деформирования титанового сплава ВТ1-0 при наводороживании  $\lambda=0,01\%$

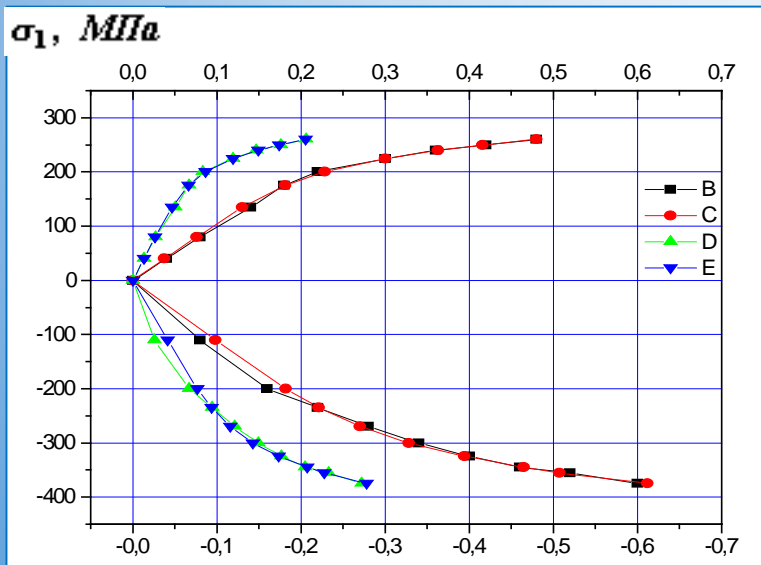


Рисунок 7 – Диаграммы деформирования титанового сплава ВТ1-0 при наводороживании  $\lambda=0,03\%$

- для одноосного растяжения  
 $\sigma_k + = \sigma_i; \epsilon_1 + = \epsilon_i; \epsilon_2 - = \epsilon_3 - = -ve_i$
- для одноосного сжатия  
 $\sigma_k - = -\sigma_i; \epsilon_1 - = -\epsilon_i; \epsilon_2 + = \epsilon_3 + = ve_i$   
 $(k = 1, 2, 3).$

# Математическая постановка задачи моделирования

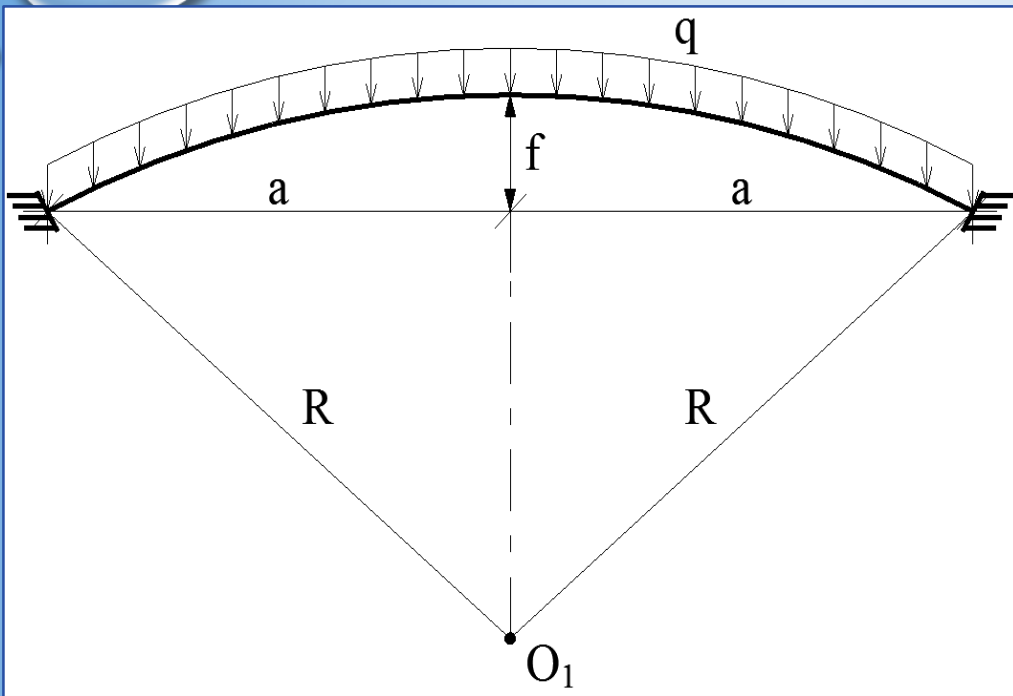


Рисунок 8 – Схема задача

компоненты тензора деформаций через перемещения и прогибы:

$$e_r = u_{,r} - kw + 0,5w_{,r}^2 - zw_{,rr}; e_\varphi = \frac{u}{r} - kw - z\frac{w_{,r}}{r} \quad (6)$$

$$\frac{f}{a} \leq \frac{1}{5}$$

$$\frac{h}{R_{\min}} \leq \frac{1}{20}$$

компоненты деформации  
в срединной поверхности:

$$\varepsilon_r = u_{,r} - kw + 0,5\theta_\varphi^2; \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r} - kw \quad (4)$$

компоненты изгибной деформации  
(кривизны):

$$\chi_r = -w_{rr}; \chi_\varphi = -\frac{w_{,r}}{r} \quad (5)$$

# Математическая постановка задачи моделирования (продолжение)

Усилия и моменты найдём через напряжения:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi dz;$$

$$M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\varphi z dz;$$

(7)

Моменты и усилия запишутся:

$$M_r = K_{11}\varepsilon_r + K_{12}\varepsilon_\varphi + D_{11}\chi_r + D_{12}\chi_\varphi$$

$$M_\theta = K_{21}\varepsilon_r + K_{22}\varepsilon_\varphi + D_{21}\chi_r + D_{22}\chi_\varphi$$

(8)

$$N_r = C_{11}\varepsilon_r + C_{12}\varepsilon_\varphi + K_{11}\chi_r + K_{12}\chi_\varphi$$

$$N_\theta = C_{21}\varepsilon_r + C_{22}\varepsilon_\varphi + K_{21}\chi_r + K_{22}\chi_\varphi$$

где  $C_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) dz;$   $K_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z dz;$

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z^2 dz;$$

уравнения равновесия для пологих сферических оболочек принимают вид:

$$M_{r,rr} - M_{\varphi,r}/r + 2M_{r,r}/r + k(N_r + N_\varphi) + N_r w_{,rr} = -q;$$

$$N_{r,r} + (N_r - N_\varphi)/r - k[M_{r,r} + (M_r - M_\varphi)/r] = 0.$$

(9)

## Математическая постановка задачи моделирования (продолжение)

выражения для приращений деформаций срединной поверхности:

$$\delta \varepsilon_r = \delta u_{,r} - k \delta w + w_{,r} \delta w_{,r}; \quad \delta \varepsilon_\varphi = \frac{\delta u}{r} - k \delta w \quad (10)$$

Приращения кривизн срединной поверхности:

$$\delta \chi_r = -\delta w_{,rr}; \quad \delta \chi_\varphi = -\frac{\delta w_{,r}}{r} \quad (11)$$

выражения, связывающие приращения деформаций и перемещений:

$$\delta e_r = \delta u_{,r} - k \delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z \delta w_{,rr}; \quad \delta e_\varphi = \frac{\delta u}{r} - k \delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r} \quad (12)$$



# Линеаризация дифференциальных уравнений по второй методике

Примем физические зависимости в виде:

$$\delta e_r = \frac{\delta e_r}{\delta \sigma_r} \delta \sigma_r + \frac{\delta e_r}{\delta \sigma_\varphi} \delta \sigma_\varphi; \delta e_\varphi = \frac{\delta e_\varphi}{\delta \sigma_r} \delta \sigma_r + \frac{\delta e_\varphi}{\delta \sigma_\varphi} \delta \sigma_\varphi; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \delta N_r &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta \sigma_r dz; \delta N_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \delta \sigma_\varphi dz; \\ \delta M_r &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta \sigma_r z dz; \delta M_\varphi = \int_{-h/2}^{h/2} \delta \sigma_\varphi z dz; \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения равновесия пологой сферической оболочки в приращениях:

$$\begin{aligned} \delta M_{r,rr} - \delta M_{\varphi,r} / r + 2\delta M_{r,r} / r + k(\delta N_r + \delta N_\varphi) + \delta N_r w_{,rr} + N_r \delta w_{,rr} &= -\delta q \\ \delta N_{r,r} + (\delta N_r - \delta N_\varphi) / r - k[\delta M_{r,r} + (\delta M_r - \delta M_\varphi) / r] &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Зависимости приращений усилий и моментов от приращений перемещений:

$$\begin{aligned} \delta N_r &= C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\ &- K_{11}\delta w_{,rr} + C_{12}\left(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z\frac{\delta w_{,r}}{r}\right) - K_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} \\ \delta N_\varphi &= C_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\ &- K_{12}\delta w_{,rr} + C_{22}\left(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z\frac{\delta w_{,r}}{r}\right) - K_{22}\frac{\delta w_{,r}}{r} \\ \delta M_r &= K_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\ &- D_{11}\frac{\delta w_{,r}}{r} + K_{11}\left(\frac{\delta u}{r} - k\delta w\right) - D_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} \\ \delta M_\varphi &= K_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\ &- D_{12}\delta w_{,rr} + K_{22}\left(\frac{\delta u}{r} - k\delta w\right) - D_{22}\frac{\delta w_{,r}}{r} \end{aligned} \quad (15)$$

## Система линеаризованных разрешающих дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{aligned}
 & \frac{\delta u}{r} [ K_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{11} \frac{\delta w_{,r}}{r} + K_{11}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{12} \frac{\delta w_{,r}}{r} ] - \\
 & - \delta w_{,r} [ K_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{12} \delta w_{,rr} + K_{22}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{22} \frac{\delta w_{,r}}{r} ] + \\
 & 2 \frac{\delta u}{r} [ K_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{11} \frac{\delta w_{,r}}{r} + K_{11}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{12} \frac{\delta w_{,r}}{r} ] + \\
 & + k( C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) -
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
 & - K_{11} \delta w_{,rr} + C_{12}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{12} \frac{\delta w_{,r}}{r} + C_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\
 & - K_{12} \delta w_{,rr} + C_{22}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{22} \frac{\delta w_{,r}}{r} + w_{,rr} [ C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\
 & - K_{11} \delta w_{,rr} + C_{12}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{12} \frac{\delta w_{,r}}{r} ] + \delta w_{,rr} [ C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - \\
 & - K_{11} \delta w_{,rr} + C_{12}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z \frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{12} \frac{\delta w_{,r}}{r} ] = -\delta q
 \end{aligned}$$

## Система линеаризованных разрешающих дифференциальных уравнений в частных производных (продолжение)

$$\begin{aligned}
 & \frac{\delta u}{r} [ C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - K_{11}\delta w_{,rr} + C_{12}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z\frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} ] + \\
 & + ( C_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - K_{11}\delta w_{,rr} + C_{12}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z\frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} - \\
 & - C_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - K_{12}\delta w_{,rr} + C_{22}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w - z\frac{\delta w_{,r}}{r}) - K_{22}\frac{\delta w_{,r}}{r} ) - \\
 & - k [ \frac{\delta u}{r} [ K_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{11}\frac{\delta w_{,r}}{r} + K_{11}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} + \\
 & + ( K_{11}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{11}\frac{\delta w_{,r}}{r} + K_{11}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{12}\frac{\delta w_{,r}}{r} - \\
 & - K_{12}(u_{,r} - k\delta w + w_{,r} \delta w_{,r} - z\delta w_{,rr}) - D_{12}\delta w_{,rr} + K_{22}(\frac{\delta u}{r} - k\delta w) - D_{22}\frac{\delta w_{,r}}{r} ) ] = 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

# Моделирование процесса воздействия среды

## Построение уравнения диффузии

$$J = -D \operatorname{grad} \lambda = -D \frac{\delta \lambda}{\delta z}, \text{ где } D - \text{коэффициент диффузии} \quad (21)$$

первый закон Фика:

$$J = -D \delta \lambda, \text{ где } z - \text{координата в направлении диффузии}$$

второй закон Фика:

двойные преобразования Фурье:

$$(\delta \lambda)_{,t} = D(\delta \lambda)_{,zz}$$

$$\lambda(r, t) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\psi_k(\gamma_k, r / R_2)}{\Psi_k} K_0 \exp\left(-\gamma_k^2 \frac{Dt}{R_2^2}\right) \quad (22)$$

$$\frac{(\delta \lambda)}{\delta t} = D \frac{\delta^2 \lambda}{\delta z^2}$$

при действии водорода изнутри оболочки получим:

$$\psi_k(\gamma_k, r / R_2) = Y_0(\gamma_k R_1 / R_2) J_0(\gamma_k r / R_2) - J_0(\gamma_k R_1 / R_2) Y_0(\gamma_k r / R_2) \quad (23)$$

# Решение уравнения диффузии водородосодержащей среды

Для процесса односторонней диффузии решение имеет вид:

$$\lambda(z, t) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)z/h + (2/\pi) \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \cdot \pi \cdot z/h) \exp(-F_0 \pi^2 i^2 t) \times \\ \times [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1] / i \quad (24)$$

а) при воздействии среды со стороны действия поперечной силовой нагрузки

$$\lambda(-h/2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_1 \quad \lambda(+h/2, t) = 0 = \lambda_2 \quad (25)$$

б) при воздействии среды со стороны свободной от силового нагружения

$$\lambda(-h/2, t) = 0 = \lambda_1 \quad \lambda(+h/2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_2 \quad (26)$$

Начальные условия:  $\lambda(z, 0) = 0$

# Математическая постановка задачи. Решение уравнений равновесия с помощью программного комплекса MATLAB

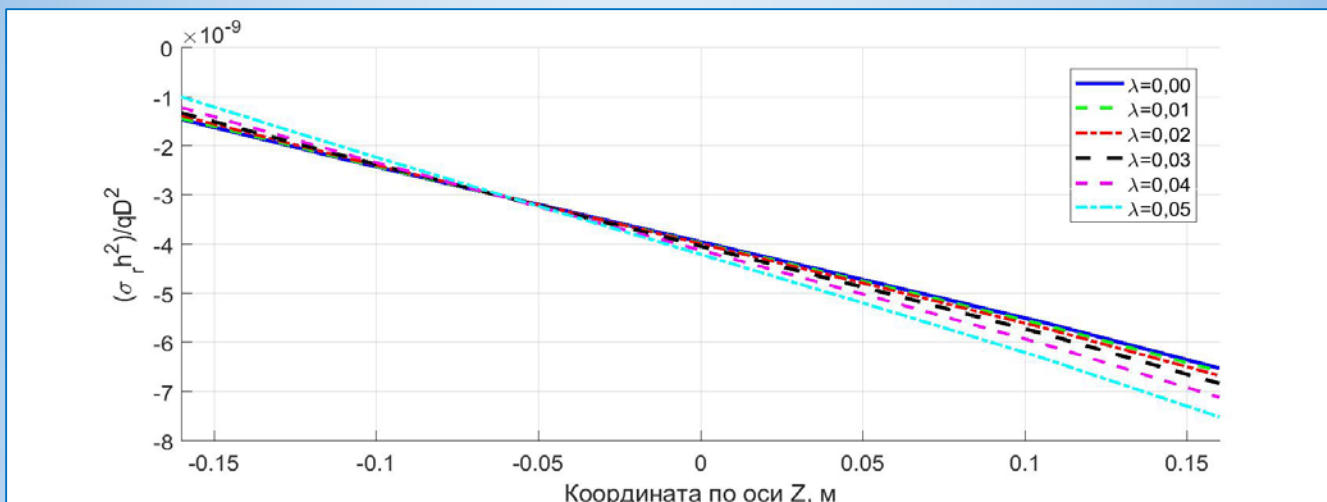


Рисунок 9 – Напряжения  $\sigma_r$  в точке 1/2 диаметра оболочки (по толщине)

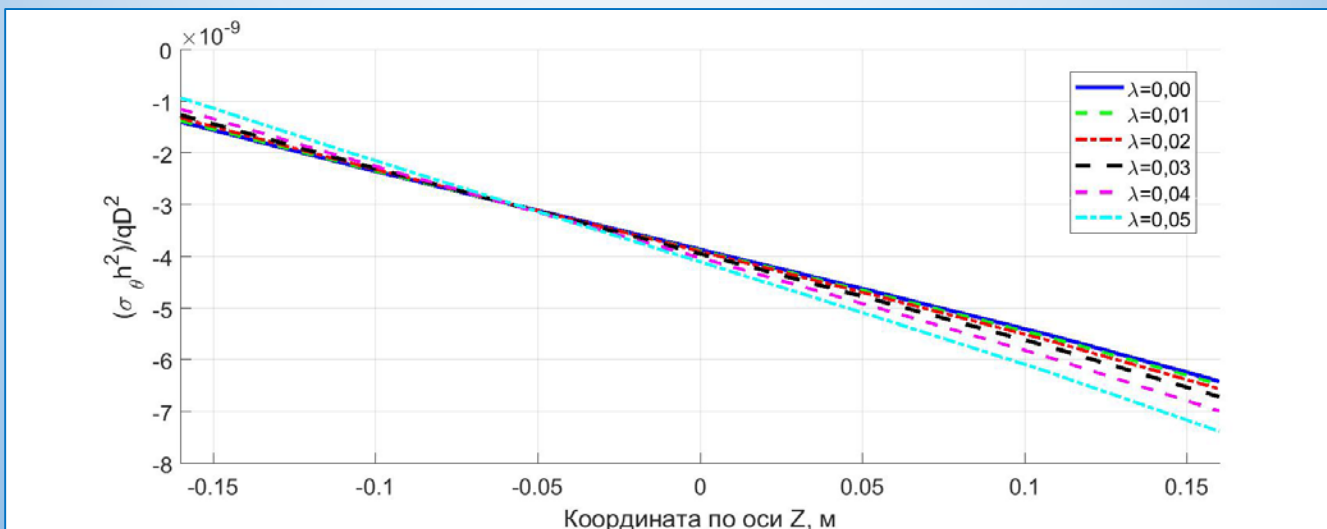


Рисунок 10 – Напряжения  $\sigma_\theta$  в точке 1/2 диаметра оболочки (по толщине)

# Решение уравнений равновесия с помощью программного комплекса MATLAB (продолжение)

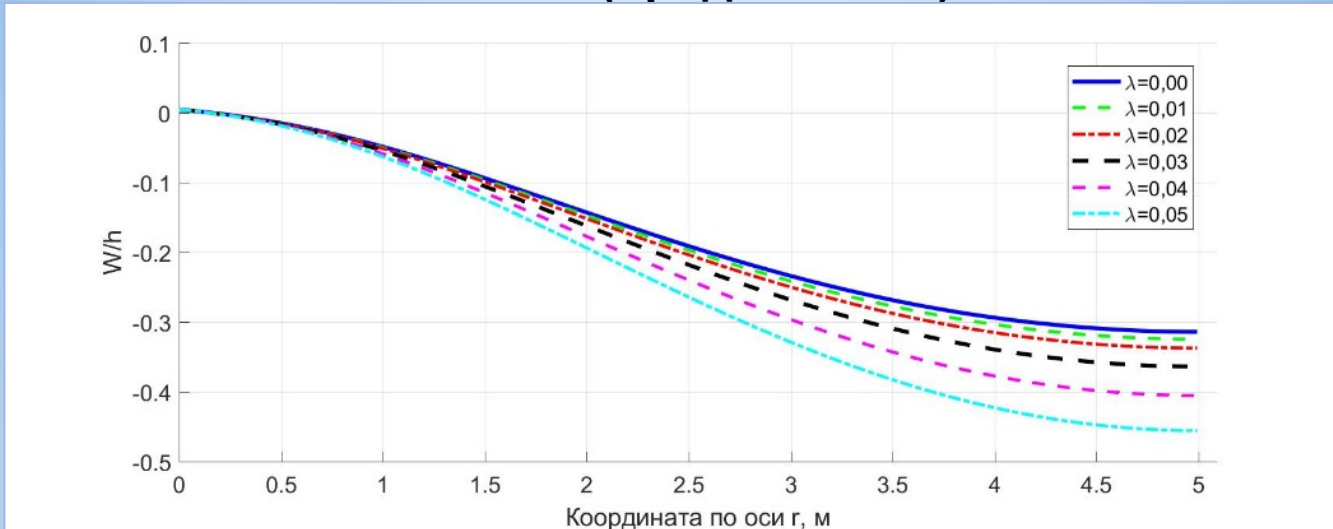


Рисунок 11 – прогибы в оболочке

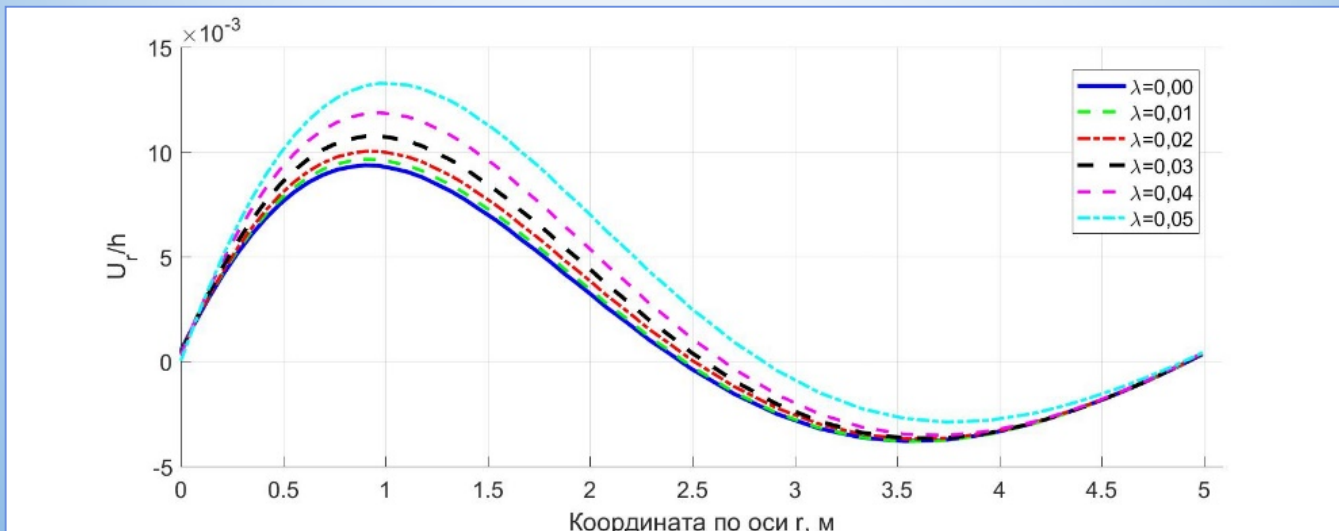
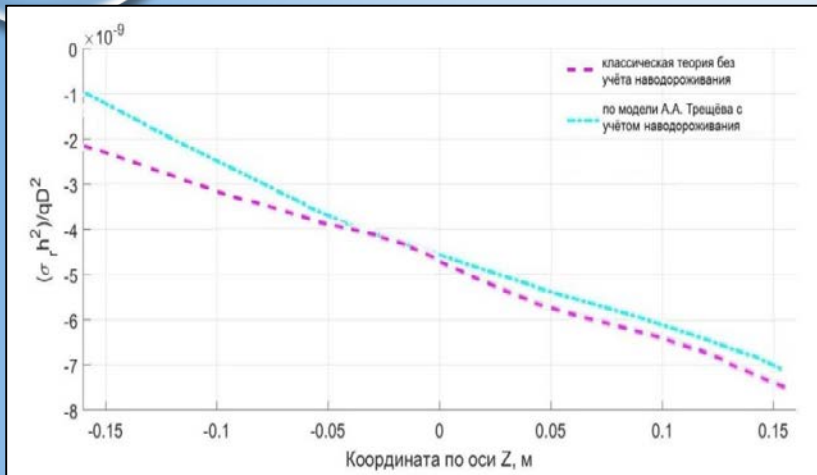
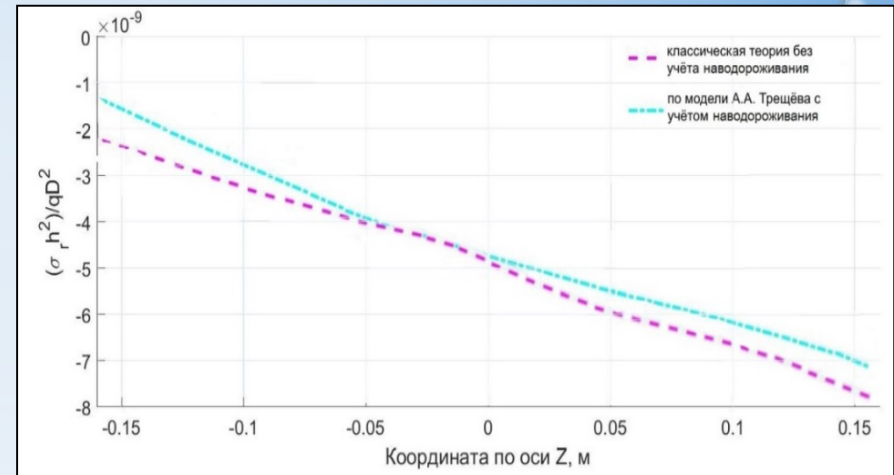


Рисунок 12 – Горизонтальные перемещения вдоль радиуса

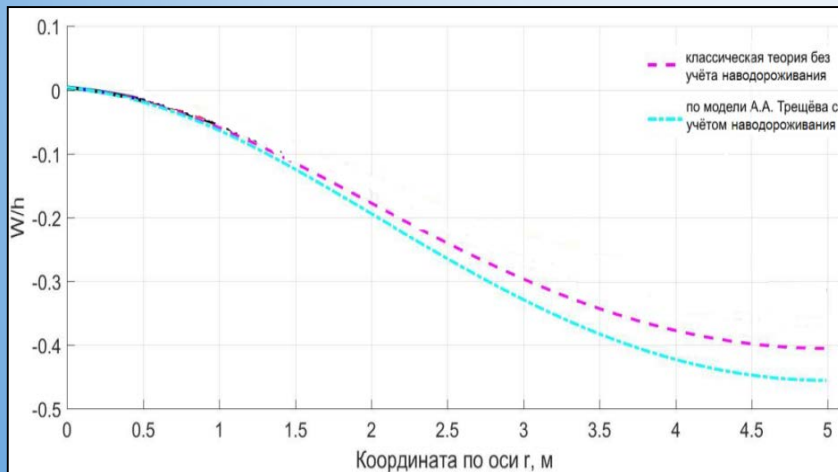
# Сравнительный анализ полученных результатов с результатами, полученными по теории Овчинникова И.Г.



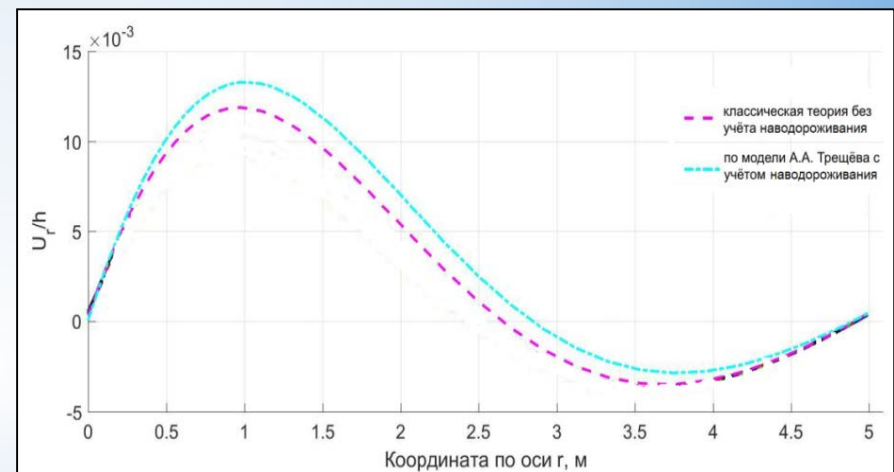
**Рисунок 13 – Напряжения  $\sigma_r$  в срединной поверхности оболочки**



**Рисунок 14 – Напряжения  $\sigma_\theta$  в срединной поверхности оболочки**



**Рисунок 15 – Прогибы в срединной поверхности оболочки**



**Рисунок 16 – Горизонтальные перемещения срединной поверхности**



# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**1. Построена математическая модель деформирования титанового сплава при воздействии агрессивной среды**

**2. Построена модель деформирования сферической оболочки**

**3. Реализована модификация линеаризации дифференциальных уравнений изгиба оболочки**

**4. Получено решение задачи изгиба сферической оболочки, деформирующейся в агрессивной среде**

**5. Выявлена необходимость учёта кинетики изменения свойств во времени под воздействием агрессивной среды**